

Demofragen mündliche Abschlussprüfung Grundlage der Analysis (gan)

R. Burkhardt / M. Melchior

HS 2022

Data Science (DS)

Bemerkungen:

- Sie dürfen eine Formelsammlung im Umfang von 6 Seiten zur mündlichen Prüfung mitbringen
- Am Anfang der Prüfung entscheiden Sie sich für zwei Lernergebnisse (LE1 / LE2 / LE3) und ziehen aus den gewählten Lernergebnissen je einen Fragekomplex.

LE 3: Integralrechnung und Anwendungen

1. Fragekomplex

Betrachte das Integral

$$I = \int_1^2 (2x - 1) dx$$

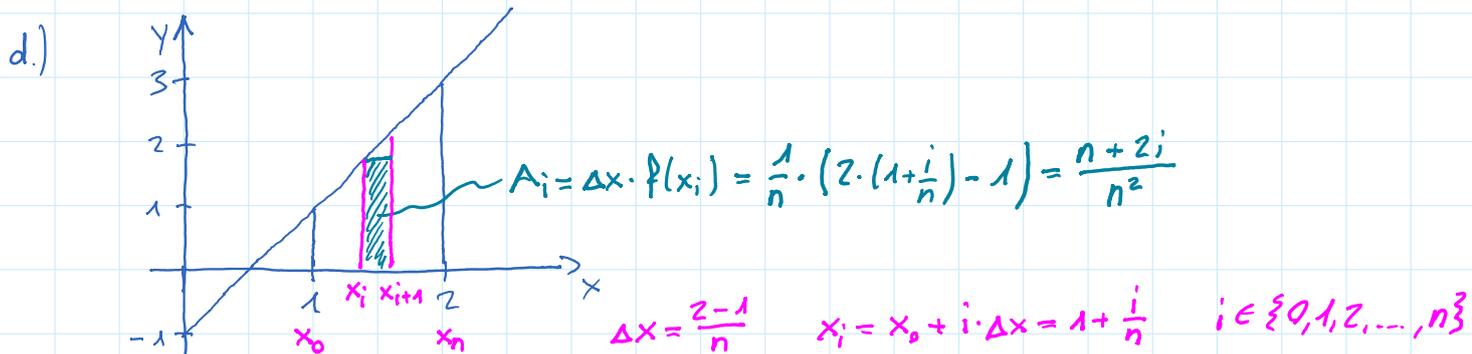
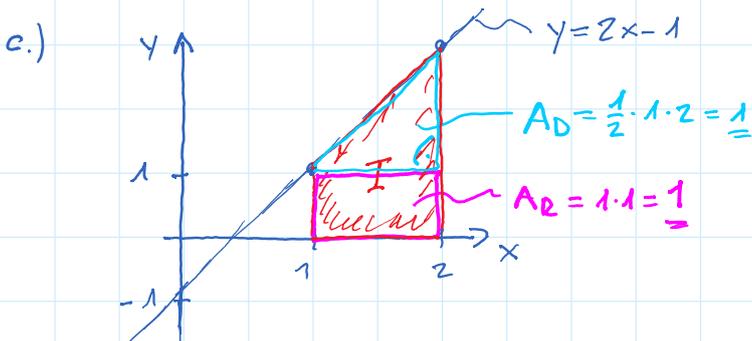
- Bestimme die Stammfunktion von $f(x) = 2x - 1$. Ist diese eindeutig? Welche soll für die Berechnung des Integrals genommen werden?
- Berechne nun den Wert des Integrals exakt.
- Kannst Du den Wert auch geometrisch ausrechnen?
- Berechne nun den Wert des Integrals numerisch durch eine Riemann'sche Summe. Wie gehst Du vor?
- Welcher Zusammenhang gilt zwischen Riemannscher Summe und exaktem Integral?

a.) $f(x) = 2x - 1$ $F(x) = \int f(x) dx = \int 2x - 1 dx$

$$= \underbrace{2 \int x dx}_{\frac{x^2}{2}} - \underbrace{\int dx}_x = \underline{\underline{x^2 - x + C}}$$

b.) $\textcircled{I} = \int_1^2 f(x) dx = \int_1^2 2x - 1 dx = x^2 - x + C \Big|_1^2$

$$= (2^2 - 2 + C) - (1^2 - 1 + C) = \underline{\underline{2}}$$



$$I \approx \sum_{i=0}^{n-1} A_i = \frac{1}{n^2} \sum_{i=0}^{n-1} (n + 2i) = \frac{1}{n^2} \cdot \left[\sum_{i=0}^{n-1} n + 2 \sum_{i=0}^{n-1} i \right] = \frac{n^2 + n^2 - n}{n^2}$$

$$I \approx \sum_{i=0}^{n-1} A_i = \frac{1}{n^2} \sum_{i=0}^{n-1} (n + zi) = \frac{1}{n^2} \cdot \left[\sum_{i=0}^{n-1} n + z \sum_{i=0}^{n-1} i \right] = \frac{n^2 + n^2 - n}{n^2}$$

$$I \approx \frac{2n^2 - n}{n^2} = 2 - \frac{1}{n}$$

$$\xrightarrow{\lim_{n \rightarrow \infty}} = \underline{\underline{2}}$$

$$\underbrace{n+n+n+\dots+n}_{n \text{ Sum.}} = n^2 \quad \frac{0+1+z+\dots+n-1}{\frac{n \cdot (0+n-1)}{2}}$$